République Tunisienne Ministre DE L'éducation		Devoir de synthèse N°3 Section : 4ième EG	
Epreuve Mathématiques	Année scolaire 2021//2022	Durée : 2h Coefficient :2,5	Date 13-04-2022
Ammar Bouajila Lycée Khair-Eddine Kebili		Mohamed ali Becheikh Lycée Said Boubaer Moknine	
Lotfi Mestiri Lycée T.Sfar Mahdia		SABIHA TEBOULBI Lycée Said Boubaer Moknine	
Hassib Ghouili Lycée Elmanza VI		Karim Zrafi Lycee Rue F.Bourguiba Monastir	
Saem Mongi Lycée Thyna Sfax		Ebtihel Gueddari Lycée T.Sfar Mahdia	

Exercice 1 (6points)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Pour assister au match de football de notre équipe nationale contre un pays voisin, la fédération de football organise un voyage pour les supporteurs désireux accompagnés l'équipe .

Chaque participant au voyage effectue **un aller** et **un retour** en utilisant soit **un bateau**, soit **un train**.

Le choix du mode de transport peut **changer entre l'aller et le retour.**

À l'aller, le bateau est choisi dans 65 % des cas.

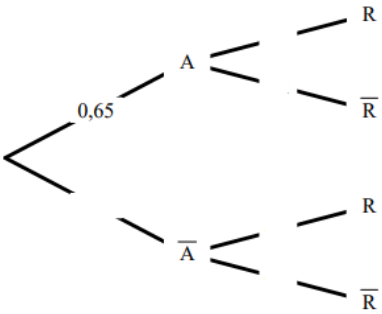
- Lorsque **le bateau** est choisi **à l'aller**, il l'est également pour **le retour** 9 fois sur 10.
- Lorsque **le train** a été choisi **à l'aller**, **le bateau** est préféré pour **le retour** dans 70 % des cas.

On interroge au hasard un participant. On considère les évènements suivants :

A :« le participant choisit de faire l'aller en bateau ».

R :« le participant choisit de faire le retour en bateau ».

1. (a) En Traduisant les données chiffrées de l'énoncé
   Calculer $P_A(R)$ et $P_{\overline{A}}(R)$
   (b) Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant
   représentant la situation :



2. On choisit au hasard un participant.
   (a) Calculer la probabilité que le participant fasse l'aller-retour en bateau.
   (b) Montrer que la probabilité que participant utilise deux moyens de transport est égale à 0,31
   (c) Calculer la probabilité que le participant fasse le retour en bateau.
   (d) Calculer la probabilité que le participant fasse l'aller en train sachant qu'il a fait le retour en bateau.
3. On choisit au hasard 20 participants de cet voyage.
   On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de participants qui utilisent les 2 moyens de transport. On admet que le nombre de participants est assez grand pour que l'on puisse considérer que X suit une loi binomiale.
   (a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
   (b) Déterminer la probabilité qu'exactement 12 participants utilisent les deux moyens de transport différents.
   (c) Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins un participant qui utilise les deux moyens de transports différents.
   (d) Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

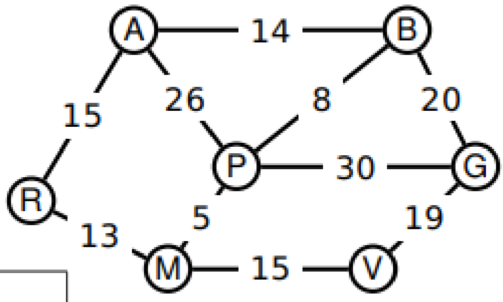
4) Le coût d'un trajet aller ou d'un trajet retour est de 1 560 DT en bateau et de 1 200 DT en train.
   On note Y la variable aléatoire qui associe, à un participant pris au hasard, le coût en dinars de son trajet aller-retour.

y_i	3120			Total
$p(X = y_i)$		0,31		

   (a) Déterminer la loi de probabilité de Y en complétant le tableau suivant:
   (b) Calculer l'espérance mathématique de Y. Interpréter le résultat

Exercice 2 (7points)

Dans le graphe Γ ci-contre, on a fait figurer les temps, exprimées en minutes, de parcours entre certaines sites de la région Kairouan :

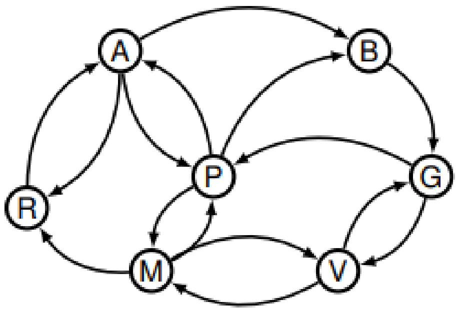


A : Abi Zamâ Elbalawi — **B** : Bassins des Aghlabite
G : Grand Mosquée Okba — **M** : Mosquée des trois portes
P :Puits de Routa — **R** : la musée de Raggada
V : Vieille ville

1. Justifier que le graphe Γ est connexe.
2. (a) Recopier et compléter le tableau suivant

Sommet	A	B	G	M	P	R	V
Degré							

   (b) En justifiant la réponse, le graphe Γ admet -il une chaîne eulérienne ?
3. (a) quelle est la nature du sous graphe de Γ constitué par les sommets **A**,**B** et **P**
   (b) Soit γ le nombre chromatique du graphe Γ. Montrer que $3 \leq \gamma \leq 5$
   (c) Déterminer γ
4. Votre classe de 4 EG est en voyage scolaire à Kairouan. Les professeurs , organisateurs de ce voyage, décident de visiter les sept Sites **A**, **B**, **G**, **M**, **P**, **R** et **V** de Kairouan. Les élèves sont laissés en autonomie deux heures pour faire du shopping et ramener des souvenirs à leurs familles. Le point de rendez-vous avec les organisateurs est fixé à la Grande mosquée (**G**) .
   AHMED, un participant , qui est au Musée de Raggada (**R**), n'a pas senti le temps passer. Lorsqu'il s'en rend compte, il ne lui reste plus que 40 minutes pour arriver à la Grande mosquée (**G**).
   (a) Déterminer le plus court chemin ,en minutes, reliant le musée de Raggada(**R**) et la grande mosquée (**G**). Justifier la réponse à l'aide d'un algorithme
   (b) Quelle est la longueur , en minutes, de ce chemin ? AHMED sera-t-il en retard ?
5. De crainte de rater son rendez-vous, AHMED décide de prendre un taxi ,le graphe Γ' ci- dessous modélise la nouvelle situation de circulation



   (a) Recopier et compléter la matrice adjacence M suivant du graphe orienté Γ' dans laquelle les sommets sont rangés dans cet ordre : **A**, **B**, **G**, **M**, **P**,**R** et **V**

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

   (b) On donne les matrices suivantes

$$M^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 4 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 2 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

      i. AHMED peut-il se rendre de **R** au **M** en passant par un seul site ?
      ii. Combien y a-t-il de chaines de longueur 3 permettant de se rendre de **R** au **M** ? Donner un exemple

Exercice 3 (7points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Dans la figure de l'annexe à rendre, on a tracé la courbeξ de la fonction g, dérivable et strictement croissante sur $[0; +\infty[$

- ξ admet une tangente (T) au point A d'abscisse 1 d'équation $y = \frac{3}{2}x - 2$
- ξ passe par les points $B(0; -e)$ et $C(\alpha; 0)$ avec $1.37 < \alpha < 1.38$
- La droite Δ d'équation $y = \frac{1}{2}x$ est une asymptote à ξ au voisinage de $+\infty$

1. En utilisant les données et le graphique donner :
   (a) $g(0)$, $g(1)$ et $g'(1)$
   (b) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x}$
   (c) Le tableau de variation de g sur $[0; +\infty[$
   (d) Montrer que le réel α est la seule solution de l'équation $g(x) = 0$ sur $[0; +\infty[$.
   En déduire alors le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x
2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = x + e^{-x+1}$
   (a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x$, interpréter graphiquement le résultat
   (b) Démontrer que f est dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ et que $f'(x) = 1 - e^{-x+1}$
   (c) Dresser le tableau de variation de f . En déduire le minimum de f sur l'intervalle $[0; +\infty[$
   (d) Tracer ξ_f la courbe représentative de f sur $[0; +\infty[$
3. Une entreprise fabrique x centaines d'objets où x appartient à$[0 , 10]$.
   - La fonction f modélise le coût de fabrication sur $[0 , 10]$ où x est le nombre d'objets fabriqués exprimé en centaines d'objets et le coût f(x) exprimé en milliers de dinars.
   - La fonction g modélise le bénéfice obtenu en milliers de dinars par la vente de x centaines d'objets .

   (a) Déterminer le nombre d'objets à produire pour avoir un coût minimal .
   (b) Déterminer le nombre d'objets minimal pour que l'entreprise réalise un bénéfice .
4. Chaque objet est vendu 1,5 DT .
   (a) Déterminer R(x) la recette pour la vente x centaines d'objets .
   (b) Montrer que $g(x) = \frac{1}{2}x - e^{-x+1}$. (le bénéfice s'obtient en calculant la recette moins le coût)
   (c) Justifier alors que , $1.37 < \alpha < 1,38$
   (d) L'entreprise pense produire régulièrement entre 200 et 500 objets
   Déterminer la valeur moyenne du bénéfice .

Annexe à rendre

Nom et prénom :...